

COMPUTER AIDED DESIGN OF RADIAL CAMS AND OSCILLATING ROLLER FOLLOWER

Stelian Alaci, Ovidiu Rusu
Universitatea "Ștefan cel Mare" Suceava

Keywords: radial cam, oscillating roller follower, pitch profile, radius curvature, disk cam.

Abstract: For a certain law of motion of an oscillating roller follower, the pitch curve of a radial cam is obtained, as MATHCAD application. The cam curve is the envelope of roller when its centre moves on the pitch curve. A formula for the curvature of pitch curve is given. For a disk cam, this formula is verified.

1. INTRODUCERE

Mecanismul cu camă și tchet oscilant cu vârf este prezentat în Figura 1.

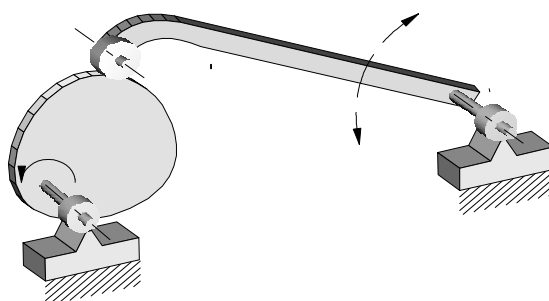


Figura 1. Mecanismul cu camă rotativă și tchet oscilant cu vârf

Se consideră mecanismul în faza de regim, fapt care presupune că mișcarea camei se realizează cu viteză unghiulară constantă. Parametrii geometrici de bază ai mecanismului sunt evidențiați în Figura 2.

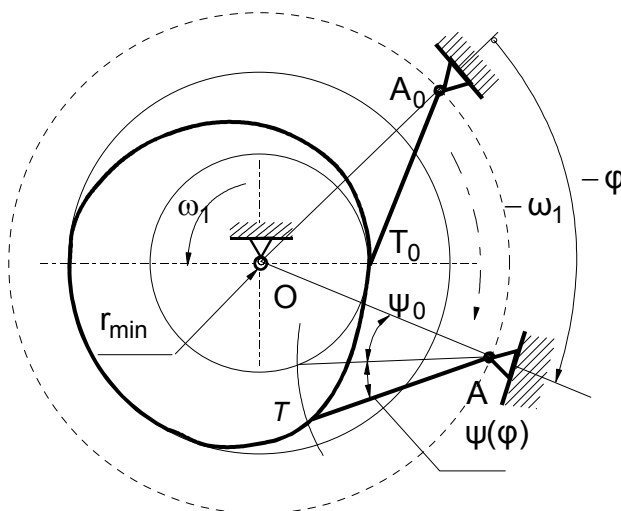


Figura 2 Parametrii geometrici de bază ai mecanismului

Parametrii geometrici de bază ai mecanismului sunt: unghiul ψ_0 format între axa articulațiilor și direcția tchetului când acesta se sprijină pe cercul de rază minimă, distanța

d dintre articulațiile camei și tachelului și lungimea ℓ a tachelului. Tachelului I se impune legea de mișcare $\psi(\varphi)$ care are o variație mărginită cu amplitudinea ψ_a . Adoptarea parametrilor geometrici de bază se realizează din condiția limitări unghiului de presiune, [1].

2. DETERMINAREA PROFILULUI TEORETIC ȘI AL CELUI REAL.

Metodologia de determinare a profilului teoretic este cea cunoscută din literatura de specialitate [2], prin metoda inversării mișcărilor. Întregul mecanism este rotit cu viteza unghiulară $-\omega_1$ așa încât cama rămâne fixă iar tachelul execută o mișcare compusă dintr-o rotație în jurul camei cu viteza $-\omega_1$ și o rotație în jurul articulației proprii cu viteza ω_2 . Ca origine de măsurare a unghiurilor se consideră raza OT_0 la începutul ridicării. După cum se poate observa din Figura 2, coordonatele polare $r_t(\varphi), \varphi_t(\varphi)$ ale vârfului tachelului în sistemul menționat sunt:

$$\begin{cases} r_t(\varphi) = OT = \sqrt{d^2 + \ell^2 - 2d\ell \cos[\psi_0 + \psi(\varphi)]} \\ \varphi_t(\varphi) = \angle T_0OT = -\varphi + \arcsin\left\{\frac{\sin[\psi_0 + \psi(\varphi)]}{d^2 + \ell^2 - 2d\ell \cos[\psi_0 + \psi(\varphi)]}\right\} - \arcsin\left\{\frac{\sin[\psi(\varphi)]}{d^2 + \ell^2 - 2d\ell \cos[\psi(\varphi)]}\right\} \end{cases} \quad (1)$$

Profilul real se poate obține, așa cum s-a arătat, ca înfășurătoare a pozițiilor rolei când centrul acesteia se află pe profilul teoretic. În cazul, de față, faptul că raza rolei este constantă, permite definirea profilului real drept curba echidistantă la profilul teoretic, distanța dintre cele două curbe fiind raza rolei R , Figura 3.

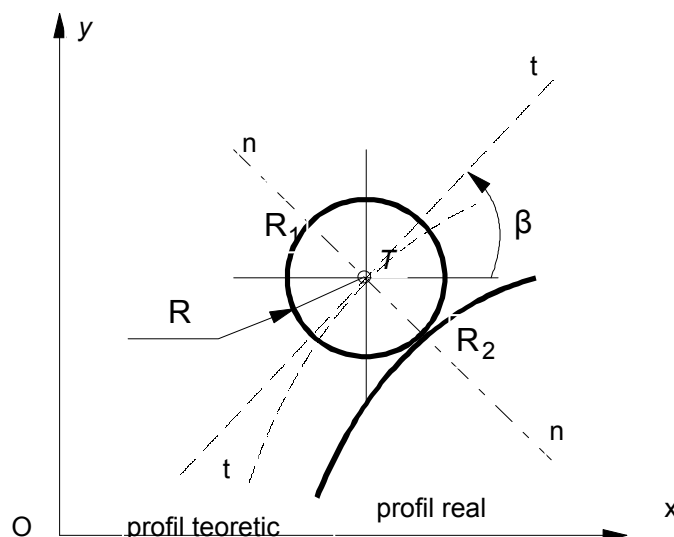


Figura 3 Determinarea coordonatelor carteziene ale profilului real

Coordonatele carteziene ale unui punct curent $T(x_t, y_t)$, de pe profilul teoretic, se obțin din relațiile (1) cu relațiile binecunoscute:

$$\begin{cases} x_t(\varphi) = r_t(\varphi) \cos[\varphi_t(\varphi)] \\ y_t(\varphi) = r_t(\varphi) \sin[\varphi_t(\varphi)] \end{cases} \quad (2)$$

Punctele de pe profilul real sunt punctele R_1 și R_2 aflate pe normala nn , în T , la profilul teoretic. Pentru a afla coordonatele carteziene a acestor puncte se poate scrie:

$$\overline{OR}_{1,2} = \overline{OT} + \overline{TR}_{1,2} \quad (3)$$

Relația vectorială (3), proiectată pe axele Ox și Oy conduce la:

$$\begin{cases} x_{R_{1,2}} = x_T + R \cos(\beta \pm 90^\circ), \\ y_{R_{1,2}} = y_T + R \sin(\beta \pm 90^\circ). \end{cases} \quad (4)$$

În relația (4) β este unghiul format de tangenta tt , în T , la profilul teoretic, cu semiaxa pozitivă Ox definit de:

$$\tan[\beta(\varphi)] = \frac{dy_t(\varphi)}{dx_t(\varphi)} \quad (5)$$

Efectuând înlocuirile și calculele se ajunge la coordonatele carteziene parametrice ale profilului real.

$$\begin{cases} x_{r,2}(\varphi) = x_t(\varphi) \pm R \frac{\frac{dy_t(\varphi)}{d\varphi}}{\sqrt{\left(\frac{dx_t(\varphi)}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_t(\varphi)}{d\varphi}\right)^2}}, \\ y_{r,2}(\varphi) = y_t(\varphi) \mp R \frac{\frac{dx_t(\varphi)}{d\varphi}}{\sqrt{\left(\frac{dx_t(\varphi)}{d\varphi}\right)^2 + \left(\frac{dy_t(\varphi)}{d\varphi}\right)^2}}. \end{cases} \quad (6)$$

S-au obținut două soluții corespunzătoare pentru două curbe egal depărtate de profilul teoretic. În cazul cuplei bilaterale trebuie folosite ambele curbe, pe când în cazul cuplei unilaterale trebuie aleasă numai una.

3. REPRESENTAREA PROFILULUI CAMEI

În Figura 4 este prezentat cama obținută conform celor descrise mai sus. Este reprezentat tachelul într-o serie de poziții succesive. În capătul tachelului este desenată rola. Din curbele (6) este reprezentată înfășurătoarea interioară. Pe grafic mai sunt trasate cercurile de rază maximă și de rază minimă ale camei și semidreptele care delimitează unghiurile de faza.

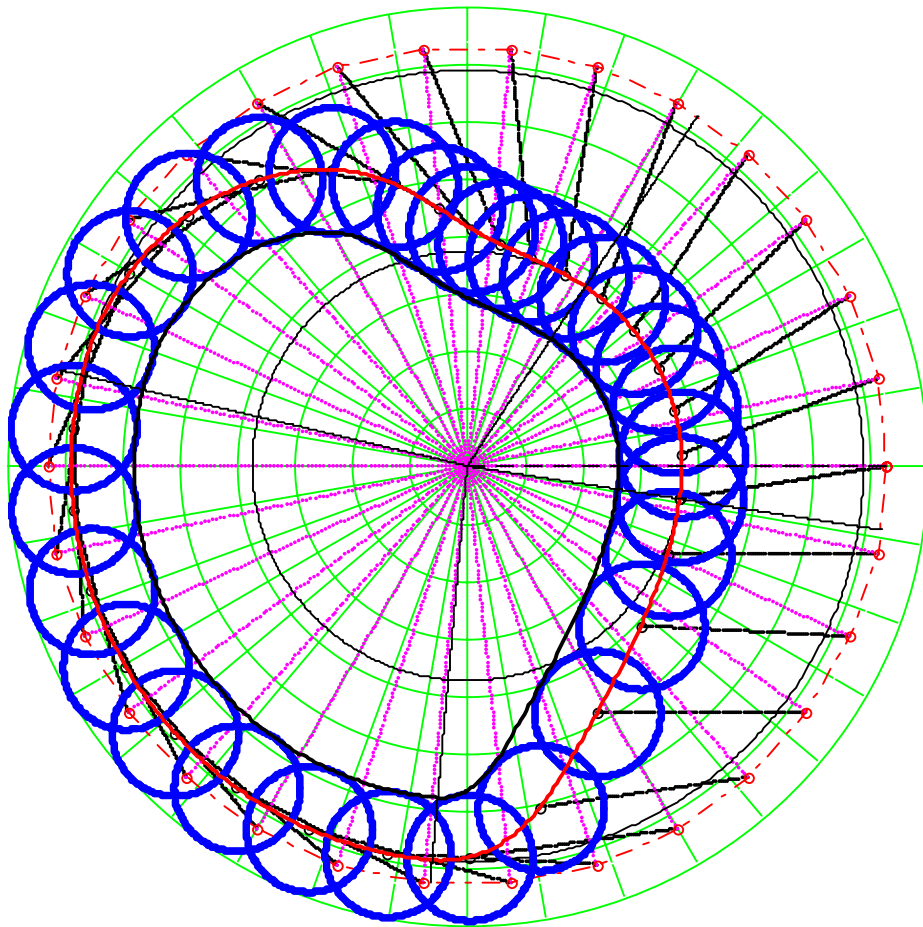


Figura 4 Reprezentarea profilului camei

4. DETERMINAREA CURBURII CAMEI

În proiectare se obține inițial profilul teoretic și apoi profilul real. Deoarece profilul teoretic fiind echidistant față de profilul real la o distanță egală cu raza rolei R , relația dintre razele de curbura ale celor două profile este:

$$\rho_{ct} = \begin{cases} \rho_{cr} + R, & \rho_{cr} > 0 \\ \rho_{cr} - R, & \rho_{cr} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

unde ρ_{ct} și ρ_{cr} sunt este raza de curbura a profilului teoretic și, respectiv, real. În relația (7) razele de curbura se consideră cu semn. În vecinătatea punctului B_1 condiția care trebuie satisfăcută este cea de rezistență la contact, descrisă prin:

$$\rho_{cr} \geq \rho_{ac} \quad (8)$$

unde ρ_{ac} reprezintă raza admisibilă de contact pentru profilul real iar în vecinătatea punctului B_2 este necesar ca:

$$|\rho_{cr}| \geq kR, \quad k > 1, \quad (9)$$

pentru ca rola să poată urmări profilul camei, k este un coeficient supraunitar. Dacă nu ar fi îndeplinită condiția (9) rola nu poate urmări profilul camei, Figura 5, contactul mutându-se brusc din B' în B'' , generându-se șocuri și nerespectându-se legea de mișcare dorită pentru tachet.

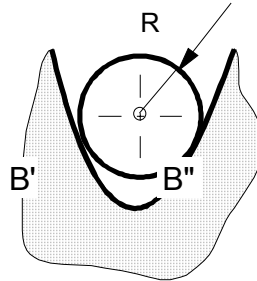


Figura 5 Imposibilitatea rolei de a urmări profilul camei

În concluzie, condițiile care trebuie să le satisfacă raza de curbura a profilului teoretic ρ_{rt} :

$$\begin{aligned} \rho_{ct} &\geq \rho_{ac} + R, \rho_{ct} > 0 \\ |\rho_{ct}| &\geq (k-1)R, \rho_{ct} < 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Când nu este respectată prima condiție (10) apare fenomenul de subțaiere, Figura 6.

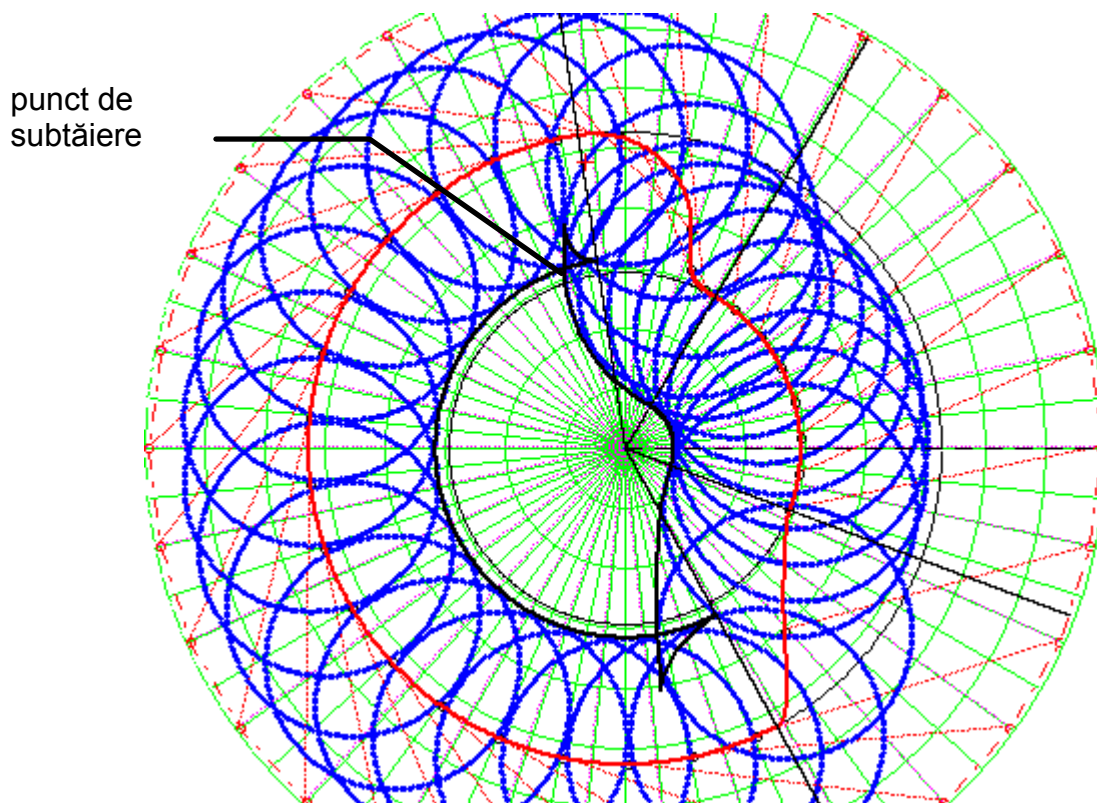


Figura 6 Evidențierea fenomenului de subțaiere

Calculul razei de curbura nu se poate realiza decât după ce au fost obținute coordonatele profilului teoretic. Pentru camele cu mișcare de rotație este mai comoda definirea curburii profilului teoretic k_{ct} în coordonate polare cu relația, [3]:

$$k_{tc} = \frac{1}{\rho_{ct}} = \frac{r_t(\varphi)^2 + 2r_t'(\varphi) - r_t(\varphi)r_t''(\varphi)}{[r_t(\varphi)^2 + r_t'(\varphi)^2]^{3/2}} \quad (11)$$

Pentru proiectarea camei este ar fi utilă cunoașterea razei curburii înainte de trasarea profilului pentru a putea impune de la început condițiile (10), de rezistență și de bună funcționare. În acest scop este necesară exprimarea membrului drept al relației (11) în funcție de parametrii geometrici ℓ , d și ψ_0 și de cei cinematici φ , ω_1 și $\psi(\varphi)$. Manolescu, [4] atrage atenția asupra complexității calculului. Înlocuind în expresia (11) relațiile (1) și ținând se obține pentru raza de curbura relația:

$$\frac{1}{\rho_{ct}} = \frac{\left[\left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 \ell - d \cos(\psi + \psi_0) \right] \left[\left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \ell - d \cos(\psi + \psi_0) \right] + \left[d \sin(\psi + \psi_0) - \frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2} \right] \ell d \sin(\psi + \psi_0)}{\left\{ \left[\left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right) \ell - d \cos(\psi + \psi_0) \right]^2 + d^2 \sin^2(\psi + \psi_0) \right\}^{3/2}} \quad (12)$$

În relația (12) mărimile:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_2}{\omega_1} &= \omega_{2red} = \frac{d \psi(\varphi)}{d \varphi}, \\ \frac{\varepsilon_2}{\omega_1^2} &= \varepsilon_{2red} = \frac{d^2 \psi(\varphi)}{d \varphi^2} \end{aligned} \quad (13)$$

sunt viteza unghiulară redusă și accelerația unghiulară redusă a tachtului reprezentând totodată funcțiile de transmitere de ordinul unu și, respectiv, doi ale mecanismului [5].

5. VERIFICAREA RELAȚIEI CURBURII PENTRU MECANISMUL CU CAMĂ CIRCULARĂ

Pentru verificarea corectitudinii relației (10) se consideră mecanismul din Figura în care cama provine dintr-un disc de rază R , montat excentric cu excentricitatea δ . În Un calcul relativ simplu furnizează coordonatele polare ale profilului în raport cu articulația camei:

$$r_t(\varphi) = \sqrt{d^2 + \ell^2 - 2d\ell \cos[\psi(\varphi) + \psi_0]}; \quad (14.a)$$

$$\varphi_t(\varphi) = \varphi - a \sin \left[\frac{\sin(\psi(\varphi) + \psi_0)}{\sqrt{d^2 + \ell^2 - 2d\ell \cos[\psi(\varphi) + \psi_0]}} \right]. \quad (14.b)$$

în care:

$$\psi(\varphi) = 2 \operatorname{atan} \left[\frac{2\delta\ell \sin(\varphi) + \sqrt{4\ell^2[\delta^2 + d^2 - 2d\delta \cos(\varphi)] - [d^2 + \ell^2 - R^2 + \delta^2 - 2d\delta \cos(\varphi)]^2}}{(\ell + d)^2 - R^2 + \delta^2 - 2\delta(d + \ell) \cos(\varphi)} \right] - \operatorname{acos} \left[\frac{\ell^2 - d^2 - (R - \delta)^2}{2\ell d} \right]. \quad (15)$$

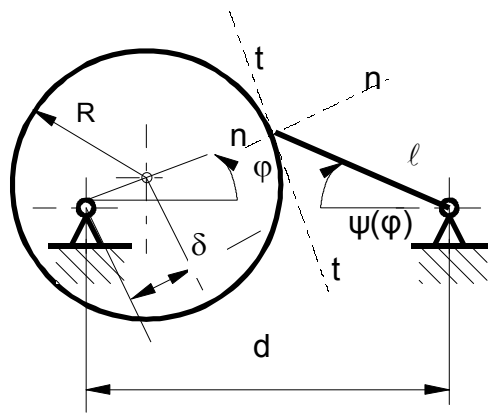


Figura 7 Mecanism cu cama circulară excentrică

Reprezentând ecuațiile parametrice (11.a) și (11.b) în coordonate polare, se obține într-adevăr un contur circular, Figura 8.

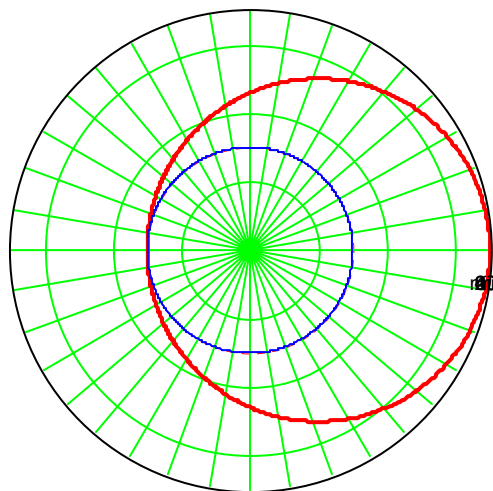


Figura 8. Excentricul circular

Utilizarea ecuației (12) pentru calculul razei de curbură conduce într-adevăr la o valoare constantă a razei de curbură.

6. CONCLUZII

Concluziile care se desprind sunt următoarele:

- programul este unul flexibil permițând trasare profilului camei dacă legea de mișcare este impus;
- se pot pune în evidență fenomenele de subțiere și ascuțire a camei;
- este prezentată o relație analitică de calcul a curburii camei în funcție de parametrii constructivi și cei cinematici;
- este obținută lege de mișcare a tachelului în cazul în care cama este un disc montat excentric lege cu care este verificată relația de calcul obținută pentru curbură.

Bibliografie:

1. Tutunaru, D., *Teoria mecanismelor și mașinilor. Mecanisme cu came*. Editura Tehnică, București, 1964;
2. Shigley, J. E., *Kinematic Analysis of Mechanisms*, McGraw Hill Book Company, Inc., 1959
3. Ionescu, Gh., D., *Teoria Diferențială a curbelor și suprafețelor*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1984
4. Manolescu, N., Kovacs, Fr., Orănescu, A., *Teoria mecanismelor și mașinilor*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1972;
5. Handra-Luca, V., Stoica, I. A., *Introducere în teoria mecanismelor*. Vol. I, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1982.